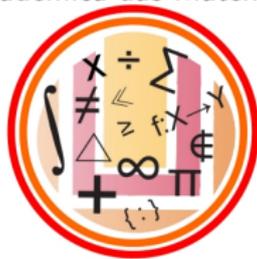


Situações-problema no Ensino de Matemática Financeira

Alessandro da Silva Saadi

IMEF-FURG

Semana Acadêmica das Matemáticas 2018



16 de maio de 2018

Proposta de Atividade Educacional

Proposta de Atividade Educacional

- Ferramenta de apoio para os professores de Matemática que lecionam no Ensino Médio.

Proposta de Atividade Educacional

- Ferramenta de apoio para os professores de Matemática que lecionam no Ensino Médio.
- Uso de problemas de Matemática Financeira para fornecer um contexto.

Proposta de Atividade Educacional

- Ferramenta de apoio para os professores de Matemática que lecionam no Ensino Médio.
- Uso de problemas de Matemática Financeira para fornecer um contexto.
- Articulação de conteúdos.

Proposta de Atividade Educacional

- Ferramenta de apoio para os professores de Matemática que lecionam no Ensino Médio.
- Uso de problemas de Matemática Financeira para fornecer um contexto.
- Articulação de conteúdos.
- Estrutura do trabalho baseado no Programa Gestar II.

Ferramenta de Apoio para os Professores de Matemática

- Esse trabalho propõe a ser mais uma ferramenta a disposição do professor, para que, no decorrer das suas aulas, desperte o interesse de um maior número de alunos.

Problemas de Matemática Financeira

Problemas de Matemática Financeira

- Procura-se usar *problemas de Matemática Financeira* no intuito de fornecer um contexto concreto.

Problemas de Matemática Financeira

- Procura-se usar *problemas de Matemática Financeira* no intuito de fornecer um contexto concreto.
- Que o aluno se veja inserido e perceba um motivo para se estudar determinados conteúdos.

Articulação de Conteúdos

Articulação de Conteúdos

- Propõe-se a ideia da articulação dos conteúdos de Matemática Financeira propriamente ditos com alguns conteúdos que normalmente não são estudados neste contexto.

Articulação de Conteúdos

- Propõe-se a ideia da articulação dos conteúdos de Matemática Financeira propriamente ditos com alguns conteúdos que normalmente não são estudados neste contexto.
- Articulação do conceito de porcentagem com o de funções lineares.

Articulação de Conteúdos

- Propõe-se a ideia da articulação dos conteúdos de Matemática Financeira propriamente ditos com alguns conteúdos que normalmente não são estudados neste contexto.
- Articulação do conceito de porcentagem com o de funções lineares.
- Juros simples articulado com progressão aritmética e funções afim.

1 Situação-problema: o juro simples e o pagamento em atraso

1 Situação-problema: o juro simples e o pagamento em atraso

Situação-problema: Joãozinho e seu cartão *FiadoCard*



Joãozinho é um trabalhador brasileiro que como tantos outros está emergindo. Arranjou um emprego, abriu uma conta no *Banco do Povo* e já conseguiu o seu primeiro cartão de crédito, o *FiadoCard*. Jota, apelido de Joãozinho, tem 23 anos de idade e trabalha no Polo Naval. Todo dia 5, é efetuado o pagamento salarial e para janeiro seu salário bruto é de R\$ 2.100,00 onde é descontado o INSS (contribuição previdenciária) no percentual de 11% e 1% para o plano de saúde e para fevereiro ele terá um aumento percentual de 20% em seu salário.

1 Situação-problema: o juro simples e o pagamento em atraso

Despesas de Joãozinho, para janeiro:

- Luz: vencimento em 5 de janeiro, valor de R\$ 57,50. Pagamento em atraso tem multa de 2% e juros simples de 4,5% ao mês
- Água: vencimento em 15 de janeiro, valor de R\$ 61,90. Pagamento em atraso tem juros simples de 6% ao mês
- Telefone fixo: vencimento em 7 de janeiro, valor de R\$ 55,00. Pagamento em atraso tem juro de R\$ 0,22 ao dia
- Aluguel: vencimento em 10 de janeiro, valor de R\$ 450,00. Pagamento em atraso tem cobrança de juros simples de 10% ao mês
- Valor reservado para alimentação: R\$ 390,00
- Valor reservado para lazer: R\$ 150,00

1 Situação-problema: o juro simples e o pagamento em atraso

Despesas de Joãozinho, para janeiro:

- Prestação da moto: vencimento em 15 de janeiro, valor de R\$ 92,60. Pagamento em atraso tem multa de 2% e juros de 6% ao mês
- Combustível para sua moto: R\$ 45,00
- Possível assinatura de uma revista de motos: R\$ 18,00



1 Situação-problema: o juro simples e o pagamento em atraso

Despesas de Joãozinho, para janeiro:

- Fatura do cartão de crédito: vencimento em 10 de janeiro, valor de R\$ 660,00.

Pagamento mínimo: R\$ 99,00 e juro de 16% ao mês sobre o valor restante para a próxima fatura, conforme figura.

FIADOCARD	
Fatura de Janeiro Demonstrativo	<i>Pagamento Mínimo: R\$99,00 Encargos financ.: 16%a.m.</i>
Cliente: João da Silva	
Cartão: 1234 5678 9101 1121	
	
Vencimento	10/01/2013
Valor	R\$660,00

1 Situação-problema: o juro simples e o pagamento em atraso

Questões que surgem:

- Questão 1) O salário líquido de Joãozinho paga todas as despesas?
- Questão 2) Qual ou quais as soluções que Joãozinho tem para pagar suas despesas sem pagar juros?
- Questão 3) Qual ou quais as soluções que Joãozinho tem para pagar suas despesas pagando o menor valor de juros sem utilizar os valores reservados para alimentação, lazer, combustível e a assinatura da revista??
- Questão 4) Se as despesas se mantiverem em fevereiro, com o novo salário, Joãozinho conseguirá pagá-las?
- Questão 5) Se Joãozinho pagar apenas o valor mínimo da fatura do cartão de crédito, de quanto será o juro na próxima fatura?

2 Conhecimento matemático: juros simples

Esse capítulo explora os conteúdos matemáticos introduzidos na situação-problema e desenvolve, com maior ênfase, o tema juros simples. Atrelado a ele, vão aparecer questões como porcentagem, fator de correção, função linear, função afim e progressão aritmética.

Porcentagem e função linear

- Problema do Joãozinho em relação ao desconto de 12% em seu salário:
- Desconto = $0,12 \times \text{Salário}$
- Mostra-se que calcular 12% do salário é o mesmo que encontrar uma função linear $d : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que:

$$d(s) = 0,12 \cdot s$$

- Observa-se que o domínio e o contradomínio da função d podem ser restringidos a \mathbb{Q}_+ .
- Assim, tem-se a função $d : \mathbb{Q}_+ \rightarrow \mathbb{Q}_+$ definida por $d(s) = 0,12 \cdot s$

2 Conhecimento matemático: juros simples

Porcentagem e função linear

- Variação de um salário de R\$ 0,00 até R\$ 2400,00.

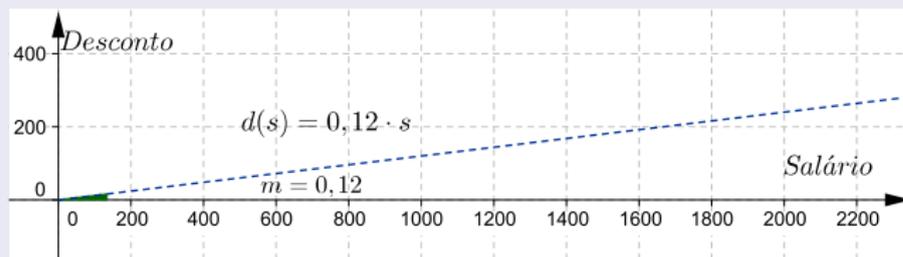
Salário (s) R\$	Desconto $d(s)$ R\$
0	0
400	48
800	96
1200	144
1600	192
2000	240
2400	288

Observe que a variação dos valores do desconto d , indicado por Δd , é diretamente proporcional à variação dos valores correspondentes do salário s , indicado por Δs .

2 Conhecimento matemático: juros simples

Porcentagem e função linear

- Para Paiva (2009), a taxa média de variação m de uma função é dada pela razão entre $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Sendo $y = ax$ e considerando os pares ordenados (x_1, y_1) e (x_2, y_2) tem-se $y_1 = ax_1$ e $y_2 = ax_2$ e $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{ax_2 - ax_1}{x_2 - x_1} = \frac{a(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a$. Portanto, em toda função linear a taxa média de variação ou simplesmente taxa de variação é uma constante $m = a$.
- O gráfico de d :



2 Conhecimento matemático: juros simples

Fator de correção e função linear

- O problema de Joãozinho que recebeu 20% de aumento em seu salário.
- As duas formas de calcular, como fez Lima et al.(2006):

1º) $2100 \times 20\% = 2100 \times 0,2 = 420$ (aumento)

$$2100 + 420 = 2520 \text{ (novo salário)}$$

2º) Através de uma única multiplicação: o novo salário é igual ao salário original somado com 20% do salário original, assim tem- se:

$$2100 + 2100 \times 0,2 = 2100 \times (1 + 0,2) = 2100 \times 1,2 = 2520$$

Para obter o novo salário, basta multiplicar o salário original por $(1 + i)$ onde i é a taxa de aumento na forma decimal. O número $(1 + i)$ é chamado de **fator de correção (de aumento)**.

Fator de correção e função linear

- Tem-se a função $v : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ou $v : \mathbb{Q}_+ \rightarrow \mathbb{Q}_+$ que representa esse novo valor dada por:

$$v(s) = 1,2 \cdot s$$

onde s é o salário original.

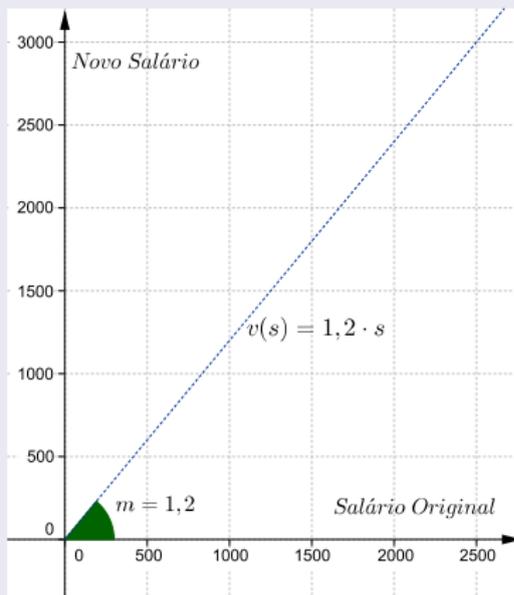
- A taxa de variação $m = \frac{\Delta v}{\Delta s} = 1,2$.
- Para se encontrar um novo valor v , após aplicado uma taxa de aumento, basta multiplicar o valor original s por $(1 + i)$ onde i é uma taxa na forma decimal. Assim, o novo valor será:

$$v(s) = (1 + i) \cdot s$$

2 Conhecimento matemático: juros simples

Fator de correção e função linear

- O gráfico de v :



2 Conhecimento matemático: juros simples

Fator de correção e função linear

No caso de aumentos ou descontos sucessivos, deve-se proceder como se houvessem duas ou mais funções lineares e fazer a composição delas como no exemplo a seguir.

- A classe dos professores receberá dois reajustes salariais sucessivos: 5% em maio e 8% em novembro. Escreva a expressão de uma função que relaciona o salário original s de um professor com seu salário depois dos dois aumentos.

Seja $v_1(s) = 1,05 \cdot s$ o primeiro reajuste e $v_2(s) = 1,08 \cdot s$ o segundo reajuste. O valor v dos dois reajustes sucessivos é a composição de v_1 com v_2 , isto é, $v(s) = v_2 \circ v_1$. Assim:

$$v(s) = v_2(v_1(s)) = 1,08 \cdot (1,05 \cdot s) = 1,08 \cdot 1,05 \cdot s.$$

Generalizando esse exemplo, denotando por i_1, i_2, \dots, i_n , as taxas de aumento na forma decimal, P_0 um valor inicial, para encontrar o valor P , após n reajustes sucessivos, procede-se da seguinte maneira:

$$P = P_0 \cdot (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdots (1 + i_n).$$

2 Conhecimento matemático: juros simples

Juros simples e proporcionalidade

A operação básica da matemática financeira é a operação de empréstimo. Alguém que dispõe de um capital C (chamado de *principal*), empresta-o a outrem por um certo período de tempo. Após esse período, ele recebe o seu capital C de volta, acrescido de uma remuneração J pelo empréstimo. Essa remuneração é chamada de *juro*. A soma $J + C$ é chamada de *montante* e será representada por M . A razão $i = \frac{J}{C}$, que é a taxa de crescimento do capital, será sempre referida ao período da operação e chamada de *taxa de juros*.

2 Conhecimento matemático: juros simples

Juros simples e proporcionalidade

O principal C pode ser chamado também de *capital inicial* e é o valor monetário que serve de base para o cálculo dos juros.

Nas taxas de juros deve-se ter uma parte numérica para um referido período de tempo. Por exemplo: na taxa de 10% ao mês, a parte numérica é 10% e o período de tempo que se refere é *mês*.

Uma maneira de simplificar a escrita das taxas de juros é abreviando os períodos de tempo como na tabela a seguir:

2 Conhecimento matemático: juros simples

Juros simples e proporcionalidade

Tabela: Abreviatura das Taxas

Período referido	Abreviatura
ao dia	a.d.
ao mês	a.m.
ao bimestre	a.b.
ao trimestre	a.t.
ao semestre	a.s.
ao ano	a.a.

2 Conhecimento matemático: juros simples

Juros simples e proporcionalidade

Na Matemática Financeira o *prazo* pode ser entendido como o tempo necessário para que um certo capital, aplicado a uma taxa de juros, necessita para produzir um montante. Sendo assim, o prazo é considerado discreto, já que a menor fração de tempo considerada na prática é de 1 dia. Por esse motivo o prazo é denotado pela letra n .

O juro é o pagamento ou recebimento pelo uso de um valor monetário por um determinado período de tempo. Pode ser entendido como sendo o custo do crédito ou a remuneração do capital aplicado.

As pessoas pagam juros porque querem hoje algo que só poderiam comprar no futuro e outras recebem juros como forma de compensação por pouparem seu dinheiro.

2 Conhecimento matemático: juros simples

Cálculo dos juros simples

No sistema de juros simples, somente o capital inicial rende juros.

Exemplo 1) Seja a situação do pagamento do aluguel do Joãozinho no valor de R\$ 450,00 onde é cobrado juros simples de 10%*a.m.* se ele pagar em atraso. Qual será o juro se ele pagar o aluguel com atraso de:

a) um mês?

O juro será de $J = 450 \times 0,1 \times 1 = \text{R\$ } 45,00$, isto é, 10% de R\$ 450,00 em 1 mês.

Cálculo dos juros simples

b) dois meses?

Somente o capital inicial rende juros, logo seu valor será

$J = 450 \times 0,1 \times 2 = \text{R\$ } 90,00$, isto é, o valor do juro de 2 meses é igual a 2 vezes o juro de 1 mês.

c) três meses?

O juro será de $J = 450 \times 0,1 \times 3 = \text{R\$ } 135,00$, isto é, 3 vezes o juro de 1 mês.

2 Conhecimento matemático: juros simples

Cálculo dos juros simples

A cobrança de juros quando se tem um capital e uma taxa fixada irá variar apenas no tempo, isto é, só irá existir cobrança de juros se houver atraso, logo deduz-se uma fórmula para o cálculo do juro simples que é:

$$J = C \cdot i \cdot n$$

sendo C o capital inicial, i uma taxa na forma decimal e n o prazo na mesma unidade de tempo da taxa.

2 Conhecimento matemático: juros simples

Cálculo dos juros simples

Pensando graficamente nesta solução, tem-se um capital de R\$ 450,00 fixo e uma taxa de 10% *a.m.* também fixa e o que pode variar é o prazo n . Daí tem-se a expressão de uma função $J : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}_+$, onde $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$. Note que, na função J , o domínio é o conjunto dos números naturais, devido ao prazo ser inteiro e positivo e a imagem é o conjunto dos números racionais positivos, que acontece devido ao capital e à taxa poderem ser números racionais.

$$J(n) = 450 \cdot 0,1 \cdot n \text{ ou}$$

$$J(n) = 45 \cdot n.$$

2 Conhecimento matemático: juros simples

Cálculo dos juros simples

O gráfico está na figura a seguir:

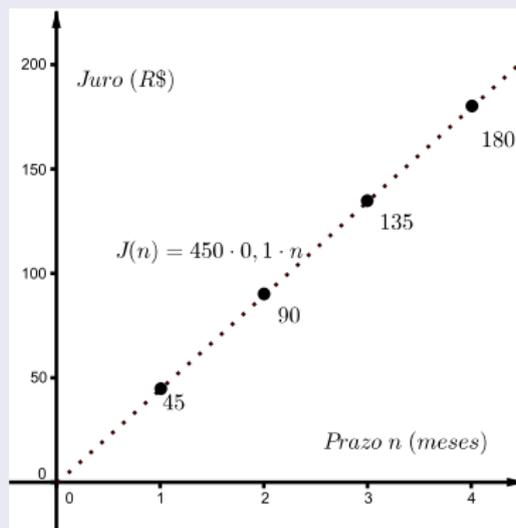


Figura: Gráfico do Juro em Função do Tempo

2 Conhecimento matemático: juros simples

Cálculo dos juros simples para períodos não inteiros

Como já foi visto, em uma função linear a variação das grandezas são diretamente proporcionais e considerando que a função $J(n) = C \cdot i \cdot n$ é linear, quando o prazo não coincide com o período da taxa de juros, utiliza-se um prazo proporcional. Geralmente, nas operações financeiras, utiliza-se o mês e o ano comercial cujos números de dias são de 30 e 360, respectivamente. O juro assim calculado é chamado de *juro comercial* e a contagem dos dias para cobrança ou pagamento dos juros deve ser feita de forma exata.

Portanto, se a taxa for mensal e o prazo em dias, divide-se o prazo por 30 e obtém-se um prazo proporcional mensal. Se a taxa for anual e o prazo em dias, divide-se o prazo por 360 e obtém-se uma taxa proporcional anual.

2 Conhecimento matemático: juros simples

Cálculo dos juros simples para períodos não inteiros

Veja a situação onde o prazo de aplicação e o período da taxa de juros não coincidem.

Joãozinho, para comprar sua moto, fez um financiamento onde deve pagar o valor de R\$ 92,60 no dia 15 de janeiro de 2013. Se o pagamento for feito com atraso, o devedor pagará multa de 2% sobre o valor da prestação e juros simples de 6% ao mês, conforme boleto bancário da figura a seguir. Supondo que ele pague a dívida no dia 01 de fevereiro de 2013, de quanto será a multa e o juro?

2 Conhecimento matemático: juros simples

Cálculo dos juros simples para períodos não inteiros

 BANCO DO BRASIL 001-9		00193.95334 30000.000007 00000.027219 3 38770000020000			
Local de pagamento QUALQUER BANCO ATÉ O VENCIMENTO		Vencimento 15/01/2013			
Cedente MOTO K Ltda		Agência/Código cedente 0012-3/ 987564			
Data do documento 15/01/2013	No. documento	Espécie doc.	Aceite	Data process 02/01/2013	Nosso número 0272193
Uso do banco	Carteira 25/625	Espécie R\$	Quantidade	x Valor 92,60	(x) Valor documento 92,60
Instruções (Texto de responsabilidade do cedente)					(-) Desconto / Abatimento
Sr Caixa, após o vencimento cobrar multa de 2% e juros simples de 6% ao mês					(-) Outras deduções
TÍTULO SUJEITO A PROTESTO					(-) Mora / Multa
					(-) Outras Adesões
					(x) Valor cobrado
Sacado		Autenticação Mecânica			
Nome: João da Silva Rua: A, 01, Bairro Bom					

Figura: Boleto de Pagamento da Moto

2 Conhecimento matemático: juros simples

Cálculo dos juros simples para períodos não inteiros

Para resolver esse problema, tem-se alguns passos:

- 1º) faz-se a contagem exata dos dias em atraso: nesse caso não se conta o dia do vencimento, mas se conta o dia do pagamento. Constrói-se uma tabela para contagem dos dias.

Mês	Nº de dias
janeiro	$31 - 15 = 16$
fevereiro	1
Total de dias	17

2 Conhecimento matemático: juros simples

Cálculo dos juros simples para períodos não inteiros

2º) a multa é uma penalidade, logo não importa a quantidade de dias de atraso, calcula-se a multa aplicando o seu percentual sobre o capital (valor da dívida):

$$\text{multa} = 0,02 \cdot 92,6 = 1,852 = \text{R\$ } 1,85$$

2 Conhecimento matemático: juros simples

Cálculo dos juros simples para períodos não inteiros

3º) encontra-se a taxa proporcional diária:

$$i_{\text{mensal}} = 6\% \text{ a.m.} \quad \therefore \quad i_{\text{diaria}} = 6\% \div 30 = 0,2\% \text{ a.d.};$$

4º) calcula-se o juro simples, onde:

$$C = \text{R\$ } 92,60$$

$$i = 0,2\% \text{ a.d.}$$

$$n = 17 \text{ dias}$$

Assim,

$$J = 92,6 \cdot 0,002 \cdot 17 = 3,1484 = \text{R\$ } 3,15$$

2 Conhecimento matemático: juros simples

Montante e função afim

Define-se o montante como a soma do capital inicial (C) com os juros (J) do período. Portanto:

$$M = C + J, \text{ mas como } J = C \cdot i \cdot n \text{ tem-se:}$$

$$M = C + C \cdot i \cdot n$$

$$M = C(1 + i \cdot n) \text{ (fórmula geral do montante).}$$

Por exemplo, no problema do aluguel do Joãozinho, qual será o total que ele deverá pagar se atrasar 4 meses o pagamento?

2 Conhecimento matemático: juros simples

Montante e função afim

Para determinar o juro pago, deve-se lembrar que a taxa $i = 10\% \text{ a.m.}$ e que o juro é dado por $J = C \cdot i \cdot n$, onde $n = 4 \text{ meses}$ e $C = 450,00$. Dessa maneira: $J = 450 \times 0,1 \times 4 = \text{R\$ } 180,00$. Logo, o montante ou total a ser pago será de $M = 450 + 180 = \text{R\$ } 630,00$.

Esse cálculo pode ser feito usando a fórmula geral do montante:

$$M = 450 \cdot (1 + 0,1 \cdot 4) = 450 \cdot 1,4 = \text{R\$ } 630,00$$

Esta situação-problema é adequada para se fazer a articulação entre conteúdos: montante a juros simples e função afim.

2 Conhecimento matemático: juros simples

Montante e função afim

Desse modo, o montante em relação ao tempo, em juros simples, com capital e taxa fixos, pode ser visto como uma função afim, ou seja, tem-se $M : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$M(n) = C + C \cdot i \cdot n,$$

onde C e i são valores conhecidos e fixos. Voltando ao exemplo anterior, tem-se a função afim:

$$M(n) = 450 + 450 \cdot 0,1 \cdot n \text{ ou } M(n) = 450 + 45 \cdot n$$

Note que, quando $n = 0$ o valor de $M(0) = 450$, isto é, o valor inicial é o capital inicial.

2 Conhecimento matemático: juros simples

Montante e progressão aritmética

Nos livros didáticos do Ensino Médio, a fórmula do termo geral de uma P.A., que é amplamente difundida é:

$$a_n = a_1 + (n - 1)r, \quad (0.1)$$

onde o primeiro termo é chamado de a_1 , a_n é o *enésimo* termo, n é a posição e r é a razão da P.A. e,

$$a_n = a_0 + nr, \quad (0.2)$$

onde o primeiro termo é chamado de a_0 , observado por LIMA et al.

2 Conhecimento matemático: juros simples

Montante e progressão aritmética

O montante a juros simples é caracterizado pelo fato de que o valor acrescido ao capital inicial é sempre constante e determinado por $r = C \cdot i$, onde C e i são o capital e taxa fixos.

Assim, a evolução do montante ao longo do tempo é:

$$M_0 = C$$

$$M_1 = C + r \cdot 1$$

$$M_2 = C + r \cdot 2$$

$$M_3 = C + r \cdot 3$$

$$\vdots$$

$$M_n = C + r \cdot n$$

(0.3)

2 Conhecimento matemático: juros simples

Montante e progressão aritmética

Comparando a fórmula 0.3 com as fórmulas 0.1 e 0.2, tem-se:

$$M_n = a_n \text{ e } C = a_1 \text{ ou } C = a_0.$$

Por exemplo, em relação ao aluguel de R\$ 450,00 de Joãozinho, o que acontece se ele atrasar o pagamento em alguns meses se a taxa de juros simples é de 10% *a.m.*?

2 Conhecimento matemático: juros simples

Montante e progressão aritmética

Na tabela a seguir está uma simulação dos valores a pagar:

Tabela: Evolução do Montante em P.A.

Período (meses)	Montante R\$
0	450,00
1	495,00
2	540,00
3	585,00
4	630,00
5	675,00

2 Conhecimento matemático: juros simples

Montante e progressão aritmética

Agora, considere a função afim $M : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$M(n) = 450 + 45 \cdot n$. Constata-se que:

$$M(0) = 450,$$

$$M(1) = 495,$$

$$M(2) = 540,$$

$$M(3) = 585,$$

\vdots

$$M(k) = 450 + 45k$$

é uma progressão aritmética

Bibliografia

-  ALMEIDA, Geraldo Peçanha de. Transposição didática: por onde começar? 2ª ed. São Paulo: Cortez, 2011.
-  DANTE, Luiz Roberto. Matemática: contexto e aplicações. São Paulo: Ática, 2011.
-  DIAS, A. L. B.; MUNIZ, C. A.; BERTONI, N. E. Programa Gestão da Aprendizagem Escolar , Gestar II. Matemática: Caderno de Teoria e Prática 1, TP1: matemática na alimentação e nos impostos. Brasília, 2008.
-  FARIA, C. de O.; MUNIZ, C. A.; BERTONI, N. E. Programa Gestão da Aprendizagem Escolar, Gestar II. Matemática: Caderno de Teoria e Prática 4, TP4: construção do conhecimento matemático em ação. Brasília, 2008.

Bibliografia

-  LEIVAS, José Carlos Pinto, CURY, Helena Noronha. Transposição didática: exemplos em educação matemática in Educação Matemática em Revista / Sociedade Brasileira de Educação Matemática do Rio Grande do Sul (SBEM-RS), vol. 1, n.10 Canoas: Ed. ULBRA, 2009.
-  LIMA, Elon Lages, et al. Temas e problemas elementares. Rio de Janeiro: SBM, 2005.
-  LIMA, Elon Lages, et al. A matemática do ensino médio, vol. 1 e 2. Rio de Janeiro: SBM, 2006.
-  PAIVA, Manoel. Matemática. 1ª ed. São Paulo: Moderna, 2009.

Bibliografia

-  PARANA, S. de Estado da E. Diretrizes curriculares da educação básica Matemática. Curitiba, 2006.
-  RIBEIRO, J. Matemática: ciência, linguagem e tecnologia, 1: ensino médio. São Paulo: Scipione, 2011.
-  SANTOS, E. A. dos. A matemática financeira como alternativa de contextualização. In: Programa de Desenvolvimento Educacional ? PDE. Santo Antônio da Platina-PR: [s.n.], 2008.
-  TEIXEIRA, J.; NETTO, S. di P. Matemática financeira. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 1998.
-  ZANI, S. C.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. Progressões e matemática financeira. Rio de Janeiro: SBM, 1993.